

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

1. Prima și a doua cifră a numărului de două cifre N , scris în baza 10, reprezintă primul și al doilea termen ai unei progresii geometrice, iar însuși N este de trei ori mai mare decât al treilea termen al acestei progresii. Să se găsească toate numerele N cu această proprietate.

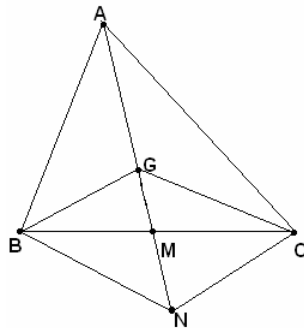
Soluție:

Fie $N = \overline{ab}$, unde $a \neq 0, b = aq, q \neq 1$ 1p
 Din datele problemei avem $N = 3aq^2$, deci $\overline{ab} = 3aq^2$ 2p
 Egalitatea devine $10a + b = 3aq^2 \Leftrightarrow 10a + aq = 3aq^2$, de unde $3q^2 - q - 10 = 0$ 2p
 acceptăm doar soluția pozitivă $q = 2$, de unde rezultă $b = 2a$ 1p
 Finalizare $N \in \{12, 24, 36, 48\}$ 1p

2. Se consideră triunghiul ABC având centrul de greutate G și notăm cu N simetricul lui G față de mijlocul M al segmentului (BC) . Demonstrați că:

- $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$;
- $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NG}$;
- $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 3\overrightarrow{NG}$;
- Determinați $a, b, c \in \mathbb{R}$ pentru care avem relația $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$.

Soluție:



- În patrulaterul $BNCG$ diagonalele se înjumătățesc, deci este paralelogram 1p
 Așadar putem aplica regula paralelogramului, de unde obținem relația
 $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$ 1p
- $\overrightarrow{NG} = 2\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{GA}$ și atunci $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{NG}$ 1p
- Folosind punctele anterioare o să avem că
 $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NG} = 2\overrightarrow{NG} + \overrightarrow{NG} = 3\overrightarrow{NG}$ 1p

d) Conform relațiilor anterioare avem $3\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$, respectiv $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NA}$,

De unde rezultă $\frac{1}{2}\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NC} = \vec{0}$ 2p

Finalizare $a = \frac{1}{2}, b = c = -1$ 1p

3. Pe data de 1 ianuarie 2011 o veveriță isteță are o “rezervă” de 66 de alune. Începând cu această zi ea consumă din rezerva acumulată, respectând următoarele reguli:

- În zilele când are un număr par de alune ea mănâncă jumătate dintre ele;
- În zilele când are un număr impar de alune ea nu mănâncă nici o alună, dar mai culege încă trei alune.

Dacă ar exista 7 zile consecutive în care veverița nu ar consuma nici o alună, aceasta ar muri.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

- a) Câte alune mănâncă veverița pe 7 ianuarie?
 b) Din ce dată veverița va mânca doar câte trei alune, odată la două zile?
 c) Justificați faptul că veverița nu va muri niciodată.

Soluție:

Se punctează justificările explicative sau schematice

a) $\frac{66 \text{ alune}}{1 \text{ ian}} \rightarrow \frac{33 \text{ alune}}{2 \text{ ian}} \rightarrow \frac{36 \text{ alune}}{3 \text{ ian}} \rightarrow \frac{18 \text{ alune}}{4 \text{ ian}} \rightarrow \frac{9 \text{ alune}}{5 \text{ ian}} \rightarrow \frac{12 \text{ alune}}{6 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{7 \text{ ian}} \dots\dots\dots 3p$

Deci pe 7 ianuarie, veverița va mânca 3 alune 1p

b) $\frac{6 \text{ alune}}{7 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{8 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{9 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{10 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{11 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{12 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{13 \text{ ian}} \dots\dots\dots 1p$

Așadar, începând cu data de 7 ianuarie 2011, veverița va mânca doar câte 3 alune odată la două zile (pe 7, 9, 11, 13,) 1p

c) Conform cu b), odată la două zile, veverița va mânca 3 alune (începând cu 7 ianuarie) și deci nu există 7 zile consecutive în care veverița să nu consume nici o alună 1p

4. Un câine care se află în punctul *A* gonește o vulpe care se află în punctul *B* la $30m$ distanță față de el. Saltul câinelui este de $2m$, iar saltul vulpii este de $1m$. Câinele face două salturi în același timp în care vulpea face trei salturi. La ce distanță față de punctul *A*, câinele v-a prinde vulpea?

Soluție:

Într-o „unitate” de timp (*două salturi ale câinelui sau trei ale vulpii*) câinele înaintează cu

$2 \times 2 = 4m$ 1p

În aceeași „unitate” de timp vulpea înaintează cu $3 \times 1 = 3m$ 1p

Deci distanța dintre ei scade cu $1m$ în fiecare unitate de timp 2p

Prin urmare în 30 de “unități” de timp câinele v-a prinde vulpea 1p

Cum într-o unitate de timp câinele parcurge $4m$, în 30 de unități de timp v-a parcurge

$30 \times 4 = 120m$ față de punctul *A* 2p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A X-A

1. Raluca, Bogdan și Andreea au, fiecare, câte un anumit număr de timbre. Câte timbre are fiecare dacă jumătatea numărului de timbre a Ralucăi, treimea numărului de timbre a lui Bogdan și cincimea numărului de timbre a Andreei sunt, în această ordine, trei numere naturale consecutive a căror sumă este egală cu 48?

Soluție:

Raluca are n_1 timbre; Bogdan are n_2 timbre; Andreea are n_3 timbre 1p

$\frac{1}{2}n_1 + \frac{1}{3}n_2 + \frac{1}{5}n_3 = 48$ 1p

$\frac{1}{2}n_1 = n; \frac{1}{3}n_2 = n+1; \frac{1}{5}n_3 = n+2$ 2p

$n_1 = 2n; n_2 = 3(n+1); n_3 = 5(n+2)$ 1p

$n + (n+1) + (n+2) = 48 \Rightarrow n = 15$ 1p

Raluca are 30 timbre; Bogdan are 48 timbre; Andreea are 85 timbre 1p

2. Să se rezolve sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2 \\ x^2 - 5y = -4 \end{cases}$$

Soluție

Pune condițiile de existență $x, y \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$ 1p

Notează $\log_x y = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \log_x y = 1 \Rightarrow x = y$ 3p

Din a doua ecuație obține $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x \in \{1; 4\}$ 2p

Deoarece $x \neq 1 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 4$ 1p

3.

a) Din 7 ingineri și 4 maiștri se aleg 5 persoane pentru a forma o echipă de intervenție. În câte moduri se poate alcătui această echipă, știind că în componența ei trebuie să intre cel puțin 2 maiștri?

b) Să se determine rangul termenului din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^{21}$ în care x și y au puteri egale, unde $x, y \in (0, +\infty)$.

Soluție

a) $C_4^2 \cdot C_7^3 + C_4^3 C_7^2 + C_4^4 C_7^1 = 6 \cdot 35 + 4 \cdot 21 + 1 \cdot 7 = 301$ moduri 3p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

b) $T_{k+1} = C_{21}^k \left(\sqrt[3]{\frac{x}{\sqrt{y}}} \right)^{21-k} \left(\sqrt[3]{\frac{y}{\sqrt{x}}} \right)^k \dots\dots\dots 1p$

$T_{k+1} = C_{21}^k x^{\frac{42-3k}{6}} \cdot y^{\frac{4k-21}{6}} \dots\dots\dots 2p$

$\frac{42-3k}{6} = \frac{4k-21}{6} \Leftrightarrow k=9 \Rightarrow T_{10} \dots\dots\dots 1p$

4. Fie punctul $M(3, 3)$ și triunghiul ABC determinat de drepte: $AB: x + 2y - 4 = 0$;
 $BC: 3x + y - 2 = 0$; $CA: x - 3y - 4 = 0$.

- a) Să se determine coordonatele punctelor A, B și C.
- b) Să se calculeze aria triunghiului ABC.
- c) Fie P, Q, R proiecțiile punctului M pe dreptele OA, OB și AB, unde O este originea reperului cartezian. Să se demonstreze că punctele P, Q, R sunt coliniare.

Soluție

a) $AB \cap AC = \{A\} \Rightarrow A(4, 0)$, $AB \cap BC = \{B\} \Rightarrow B(0, 2)$, $AC \cap BC = \{C\} \Rightarrow C(1, -1) \dots\dots\dots 2p$

b) $AB = \sqrt{20}$, $AC = \sqrt{10}$, $BC = \sqrt{10} \Rightarrow \Delta ABC$ - dreptunghic în C $\Rightarrow A_{ABC} = 5 \dots\dots\dots 2p$

c)

Metoda I

$P(3, 0)$, $Q(0, 3) \Rightarrow PQ: x + y - 3 = 0 \dots\dots\dots 1p$

$PQ \cap AB = \{R\} \Rightarrow R(2, 1) \dots\dots\dots 1p$

$m_{MR} = 2$, $m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{MR} \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow MR \perp AB \Rightarrow P, Q, R$ coliniare $\dots\dots\dots 1p$

Metoda II

$MR \perp AB \Rightarrow m_{MR} \cdot m_{AB} = -1$ și cum $m_{AB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m_{MR} = 2 \dots\dots\dots 1p$

$M(3, 3)$, $m_{MR} = 2 \Rightarrow MR: 2x - y - 3 = 0 \dots\dots\dots 1p$

$AB \cap MR = \{R\} \Rightarrow R(2, 1) \in PQ$ (coordonatele lui R verifică ecuația dreptei PQ) $\Rightarrow P, Q, R$ coliniare
 $\dots\dots\dots 1p$

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI-A

1. Într-o comună locuiesc 10055 persoane (blonzi și bruneți). Nu toți spun adevărul (30% dintre blonzi spun că sunt bruneți și 20% dintre bruneți spun că sunt blonzi). Ceilalți spun adevărul. Într-o zi, toți locuitorii comunei, răspund la întrebarea: "Sunteți blond sau brunet?", întrebare la care, 60% dintre ei au răspuns că sunt blonzi. Câți bruneți locuiesc în comună?

Soluție:

Dacă notăm cu n numărul de bruneți, atunci $(10055 - n)$ sunt blonzi **2p**

30% dintre blonzi spun că sunt bruneți, deci 70% dintre ei spun adevărul (spun că sunt blonzi) ... **1p**

Spun că sunt blonzi $0,6 \cdot 10055 = 6033$ persoane **1p**

Atunci $(10055 - n) \cdot 0,7 + 0,2 \cdot n = 6033$ **2p**

Obține $n = 2011$ bruneți **1p**

2. Distribuția unui lot de piese după valorile diametrului lor este dată în tabelul:

Diametru (cm)	4	5	6	8	10	12
Nr. Piese	80	270	180	200	38	32

a) Care este valoare medie a diametrelor pieselor?

b) Indicați diametrul în raport cu care există tot atâtea piese cu diametru mai mic cât și cu diametru mai mare decât acesta;

c) Să se calculeze dispersia valorilor variabilei.

Soluție:

Completăm tabelul anterior cu frecvențele cumulate crescător și cu alte elemente necesare calculării mediei și dispersiei.

Diametru (cm)	4	5	6	8	10	12
Nr. Piese	80	270	180	200	38	32
N_i	80	350	530	730	768	800
$ x_i - \bar{x} $	2,39	1,39	0,39	1,61	3,61	5,61
$(x_i - \bar{x})^2$	5,71	1,93	0,15	2,59	13,03	31,47

a) $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{4 \cdot 80 + 5 \cdot 270 + 6 \cdot 180 + 8 \cdot 200 + 10 \cdot 38 + 12 \cdot 32}{800} = \frac{320 + 1350 + 1080 + 1600 + 380 + 384}{800} \cong 6,39$ **2p**

b) Clasa mediană = prima clasă din seria frecvențelor cumulate crescător căreia îi corespunde cel puțin jumătate din numărul pieselor.

De fapt se cere să calculăm mediana. În total sunt $N = 800$ piese, iar poziția centrală corespunde valorii $800 : 2 = 400$, așadar mediana este $M_e = 6$ **2p**

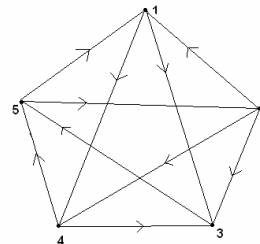
c) Dispersia

$$v = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{5,71 \cdot 80 + 1,93 \cdot 270 + 0,15 \cdot 180 + 2,59 \cdot 200 + 13,03 \cdot 38 + 31,47 \cdot 32}{800} = \frac{456,8 + 521,1 + 27,54 + 518 + 495,14 + 1007,04}{800} \cong 3,78$$
 **3p**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

3. Pentru graful din imagine

- Determinați câte un circuit de lungime 3, respectiv 4;
- Să se arate că graful dat este hamiltonian;
- Este graful din imagine eulerian? Justificați răspunsul



Soluție:

a) Un circuit de lungime 3 este de exemplu 1451 (este compus din 3 arce) **1p**

Un circuit de lungime 4 este de exemplu 43514 (este compus din 4 arce) **1p**

b) *Un circuit al unui graf se numește hamiltonian, dacă poate fi parcurs trecând prin fiecare nod o singură dată. Un graf se numește hamiltonian dacă are cel puțin un circuit hamiltonian (trece o dată și numai o dată prin toate vârfurile grafului).*

Un circuit hamiltonian este de exemplu 435214 **2p**

Așadar graful dat este hamiltonian.

c) *Un graf se numește eulerian dacă admite cel puțin un circuit care să treacă prin fiecare muchie a sa o singură dată (trece o dată și numai o dată prin fiecare arc al grafului).*

Graful dat nu este eulerian deoarece de exemplu nodul 2 are 3 arce care ies din el și unul care intră, ori într-un graf eulerian trebuie ca numărul de arce care ies dintr-un nod să fie egal cu numărul de arce care intră în acel nod **3p**

4. Într-un semestru Raluca și Ionel au luat 40 de note fiecare și la sfârșitul semestrului au obținut aceeași medie finală. Numărul notelor de 7, de 8, de 9 și de 10 luate de Raluca este respectiv egal (în această ordine strictă) cu numărul notelor de 10, de 7, de 8 și de 9 luate de Ionel. Câte note de 10 a luat Ionel?

Soluție:

Notăm cu $\begin{cases} a - \text{numărul notelor de 7;} \\ b - \text{numărul notelor de 8;} \\ c - \text{numărul notelor de 9;} \\ d - \text{numărul notelor de 10.} \end{cases}$ luate de Raluca **1p**

Din enunț deducem faptul că Ionel are:

$\begin{cases} a - \text{note de 10;} \\ b - \text{note de 7;} \\ c - \text{note de 8;} \\ d - \text{note de 9.} \end{cases}$ **1p**

Avem $a + b + c + d = 40$ **1p**

Din faptul că au aceeași medie semestrială deducem că:

$\frac{7a + 8b + 9c + 10d}{40} = \frac{10a + 7b + 8c + 9d}{40}$ **2p**

Din această egalitate obținem $3a - b - c - d = 0 \Leftrightarrow b + c + d = 3a$ **1p**

$\begin{cases} a + b + c + d = 40 \\ b + c + d = 3a \end{cases} \Rightarrow a = 10$ (Ionel a luat 10 note de 10) **1p**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XII-A

1. În $M_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & x-1 \\ 2-2x & 2x-1 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R}$.

a) Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y), \forall x, y \in \mathbf{R}$.

b) Să se demonstreze că $A^n(x) = A(x^n), \forall x \in \mathbf{R}$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

c) Să se determine $x \in \mathbf{R}$ pentru care $A^{2011}(x) = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Soluție:

a) Demonstrează relația $A(x) \cdot A(y) = A(x \cdot y), \forall x, y \in \mathbf{R}$ 3p

b) Demonstrează relația $A^n(x) = A(x^n), \forall x \in \mathbf{R}$ și $\forall n \in \mathbf{N}^*$ 2p

c) $A^{2011}(x) = I_2 \stackrel{b)}{\Leftrightarrow} A(x^{2011}) = I_2 \Leftrightarrow x^{2011} = 1$ 1p

Obține $x = 1$ 1p

2. Pe mulțimea \mathbf{R} se consideră legea de compoziție $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$.

a) Să se verifice că $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2, \forall x, y \in \mathbf{R}$.

b) Aflați $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $x \circ a = a, \forall x \in \mathbf{R}$.

c) Știind că legea de compoziție " \circ " este asociativă, să se calculeze expresia:

$$E = (-2011) \circ (-2010) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2010 \circ 2011.$$

Soluție:

a) Demonstrează relația 2p

b) $x \circ a = a, \forall x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow (x - 3)(a - 2) = 0, \forall x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow a = 2$ 2p

c) Observă că $x \circ 2 = 2 \circ x = 2, \forall x \in \mathbf{R}$ 1p

Notează $(-2011) \circ (-2010) \circ \dots \circ (-1) \circ 0 \circ 1 = x$ și $3 \circ \dots \circ 2010 \circ 2011 = y$

$E = x \circ 2 \circ y = (x \circ 2) \circ y = 2 \circ y = 2$ 2p

3. Contabilul unei firme de dulciuri compară vânzările de iepurași și ouă de ciocolată din luna aprilie a anului 2011 și observă că numărul de ouă de ciocolată este triplu față de numărul de iepurași de ciocolată vânduți. Mai observă că numărul ce reprezintă iepurașii vânduți începe cu 1 și că mutând această cifră la sfârșitul numărului obține numărul ce reprezintă ouăle de ciocolată vândute. Știind că numărul iepurașilor vânduți este cel mai mic număr cu această proprietate aflați câți iepurași și câte ouă de ciocolată s-au vândut.

Soluție:

Notează $\overline{1a_1a_2\dots a_n}$ = nr. de iepurași vânduți și $\overline{a_1a_2\dots a_n1}$ = nr. de ouă vândute 1p

$\overline{a_1a_2\dots a_n1} = 3 \cdot \overline{1a_1a_2\dots a_n} \Rightarrow a_n = 7$ 1p

$\overline{a_1a_2\dots a_{n-1}71} = 3 \cdot \overline{1a_1a_2\dots a_{n-1}7} \Leftrightarrow \overline{a_1a_2\dots a_{n-1}} \cdot 100 + 71 = (1 \cdot 10^n + \overline{a_1a_2\dots a_{n-1}} \cdot 10 + 7) \cdot 3$ 1p

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

Notează $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1}} = x \Rightarrow 100x + 71 = 3 \cdot 10^n + 30x + 21 \Leftrightarrow 7x + 5 = 3 \cdot 10^{n-1}$ **1p**
 Verifică faptul că $n \notin \{1, 2, 3, 4\}$ **1p**
 Obține $n = 5 \Rightarrow x = 4285$ **1p**
 Obține că nr. de iepurași vânduți = 142857 și nr. de ouă vândute = 428571 **1p**

4. Cristina a măsurat temperatura minimă din orașul Iași, în fiecare zi din lunile decembrie 2010 și ianuarie 2011. Fie t_1, t_2, \dots, t_{62} temperaturile măsurate, în această ordine, începând cu 1 decembrie și până pe 31 ianuarie.

Exceptând temperaturile din 1 decembrie și 31 ianuarie, la finalul măsurătorilor făcute, Cristina constată faptul că temperatura minimă a fiecărei zile este egală cu suma temperaturilor minime ale zilelor de dinaintea și de după ziua în care face măsurătoarea.

Pe 3 decembrie 2010 și pe 31 ianuarie 2011, temperatura minimă măsurată a fost de -5°C ($t_3 = t_{62} = -5^\circ \text{C}$). Demonstrați că:

- a) $t_i = -t_{i+3}, \forall i = \overline{1, 59}$;
- b) $t_i = t_{i+6}, \forall i = \overline{1, 56}$;
- c) Determinați temperatura minimă din prima zi de Crăciun (25 decembrie).

Soluție:

a) $t_{i+1} = t_i + t_{i+2}, \forall i = \overline{1, 60}$ **1p**
 $t_{i+2} = t_{i+1} + t_{i+3}, \forall i = \overline{0, 59}$ **1p**
 Deduce $t_{i+1} = t_i + t_{i+1} + t_{i+3} \Rightarrow t_i = -t_{i+3} \forall i = \overline{1, 59}$ **1p**
 b) În egalitatea dedusă la a) punem $i \rightarrow i+3$ și obținem $t_{i+3} = -t_{i+6}, \forall i = \overline{0, 56}$.
 Din a) și egalitatea de mai sus rezultă $t_i = t_{i+6}, \forall i = \overline{1, 56}$ **1p**
 c) $t_{24} = t_{18} = t_{12} = t_6 = -t_3 = 5^\circ \text{C}$ **1p**
 $t_{26} = t_{32} = t_{38} = t_{44} = t_{50} = t_{56} = t_{62} = -5^\circ \text{C}$ **1p**
 Temperatura minimă din prima zi de Crăciun este $t_{25} = t_{24} + t_{26} = 0^\circ \text{C}$ **1p**